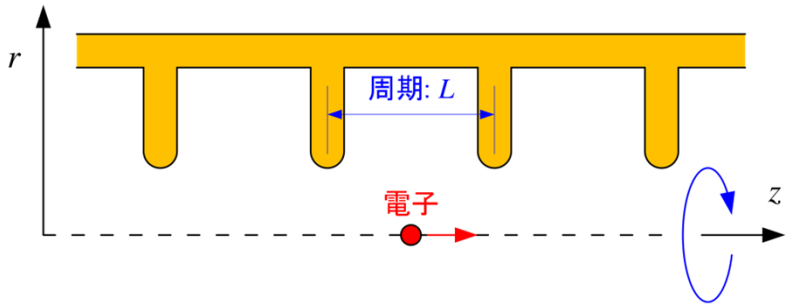
COMSOL Compiler を用いた

加速器電磁場解析アプリケーションの開発

軸対称 TM_{0n} モードのシングルフィジックス



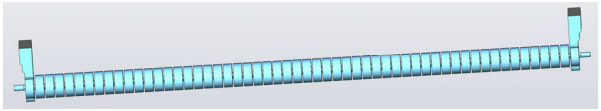
山本 昌志
株式会社オメガソリューションズ

COMSOL Conference 2026 Tokyo

背景と目的

加速管の反復設計を簡単にする

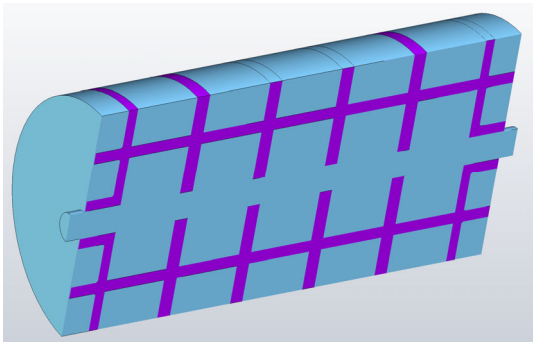
寸法や材料定数を変えて，共振周波数と RF 特性を繰り返し評価する。
汎用ソフトでは，モデル構築と設定操作の負担が大きい。



進行波型加速管

本発表でいうシングルフィジックス

一つの物理現象と形状の型に対象を限定し，
設計に必要な入力・出力だけを利用者に提示する。
COMSOL の数値解析機能を専用アプリとして提供する。



誘電体アシスト加速器

軸対称 TM_{0n} モードの固有値方程式

時間依存 exp(−iωt)，方位角依存なし。磁場は $H\phi$ 成分のみ。

真空中の磁場方程式

$$\nabla^2 H_\phi - \frac{H_\phi}{r^2} + \left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 H_\phi = 0$$

未知関数を $u = rH\phi$ に変換

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 u = 0$$

軸近傍では $H\phi \propto r$，$u \propto r^2$。
金属壁：$\partial u/\partial n = 0$　　軸上：$u = 0$

電磁場の復元

$$H_\phi = \frac{u}{r}$$

$$E_r = -\frac{i}{\omega\varepsilon_0 r}\frac{\partial u}{\partial z},\ E_z = \frac{i}{\omega\varepsilon_0 r}\frac{\partial u}{\partial r}$$

$\lambda = \omega$ と解釈し，
$f = \mathrm{Re}(\lambda)/(2\pi)$ を求める。
c_0：真空中の光速

進行波セルの方程式と COMSOL 入力

Coefficient Form PDE の固有値方程式

$$\lambda^2 e_a w - \lambda d_a w + \nabla \cdot \Gamma + \beta \cdot \nabla w + aw = f$$

Bloch 位相を周期関数 w から分離

$$u(r, z) = w(r, z)e^{ik_z z},\ k_z = \frac{\theta}{L}$$

$$w(r, z + L) = w(r, z)$$

$$w_{rr} + w_{zz} - \frac{1}{r}w_r + 2ik_z w_z + \left[\left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 - k_z^2\right]w = 0$$

係数	COMSOL 入力
c	**-1**
a	**-kz^2**
e_a	**(1/c_const)^2**
α（r, z）	**(0, -i*kz)**
β（r, z）	**(-1/r, i*kz)**
d_a, f, γ	**0, 0, (0, 0)**

kz = θ/L。比較では θ = 120°/cell。c_const は COMSOL 組込みの真空光速。

進行波セルの境界条件と群速度

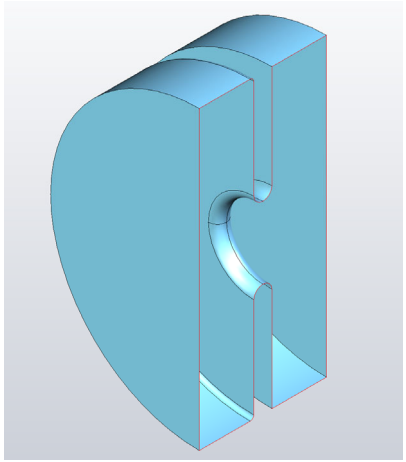
金属壁：Flux/Source で g = q = 0

$$\Gamma = -c\nabla w - \alpha w + \gamma$$

$$-n \cdot \Gamma = g - qw$$

$$\frac{\partial w}{\partial n} + ik_z n_z w = 0$$

位相補正は α に含まれる。q に ikz nz を重ねて入力しない。



セル両端：Periodic Condition の Continuity

$$w_d = w_s, \qquad n_d \cdot \Gamma_d = -n_s \cdot \Gamma_s$$

軸上：Dirichlet で w = 0。両端では値と法線フラックスを接続する。

群速度

$$v_g = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k_z} = \frac{PL}{U_{cell}}$$

P：通過電力　Ucell：蓄積エネルギー

誘電体アシスト加速器の方程式と境界条件

u = rH ϕ。 ε r は真空で1，誘電体で9.64。非磁性・実数誘電率を使用。

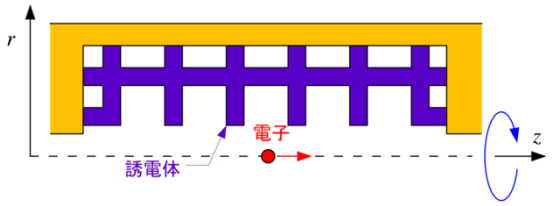
$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_r}\nabla u\right) - \frac{1}{r\varepsilon_r}\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\lambda^2}{{c_0}^2}u = 0$$

真空・誘電体界面

$$u_1 = u_2, \qquad \frac{1}{\varepsilon_{r1}}\frac{\partial u_1}{\partial n} = \frac{1}{\varepsilon_{r2}}\frac{\partial u_2}{\partial n}$$

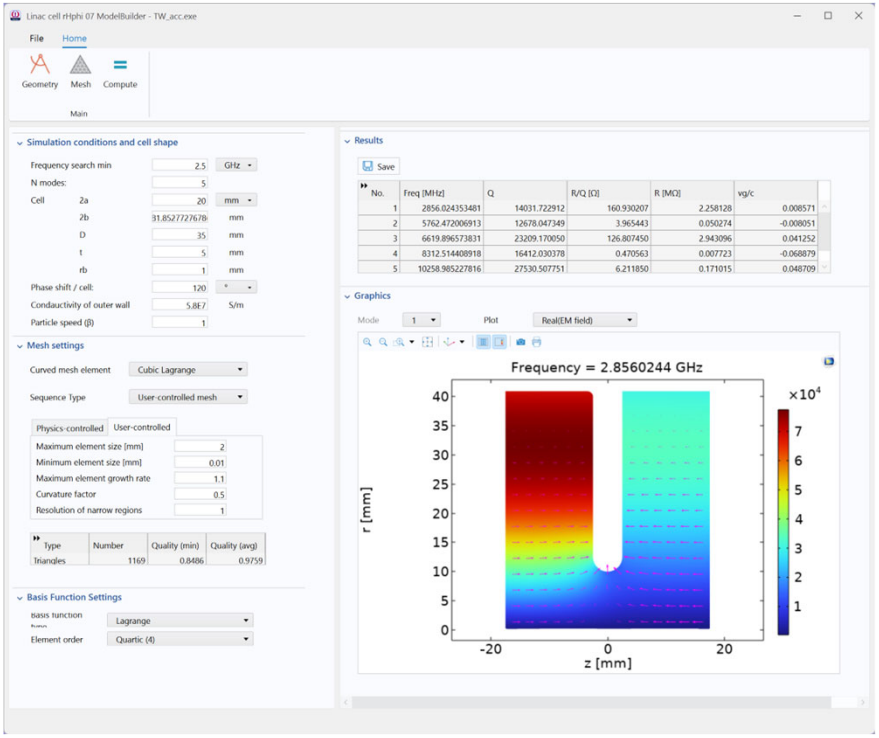
金属壁：Zero Flux（∂ u/∂ n = 0）
対称軸：Dirichlet（u = 0）
共有界面に Zero Flux は設定しない。
有限長空洞全体を計算し，周期条件を用いない。

係数	COMSOL 入力
c	**-1/eps_r**
β（r, z）	**(-1/(r*eps_r), 0)**
e_a	**(1/c_const)^2**
a, d_a, f	**0, 0, 0**
α , γ	**(0, 0), (0, 0)**

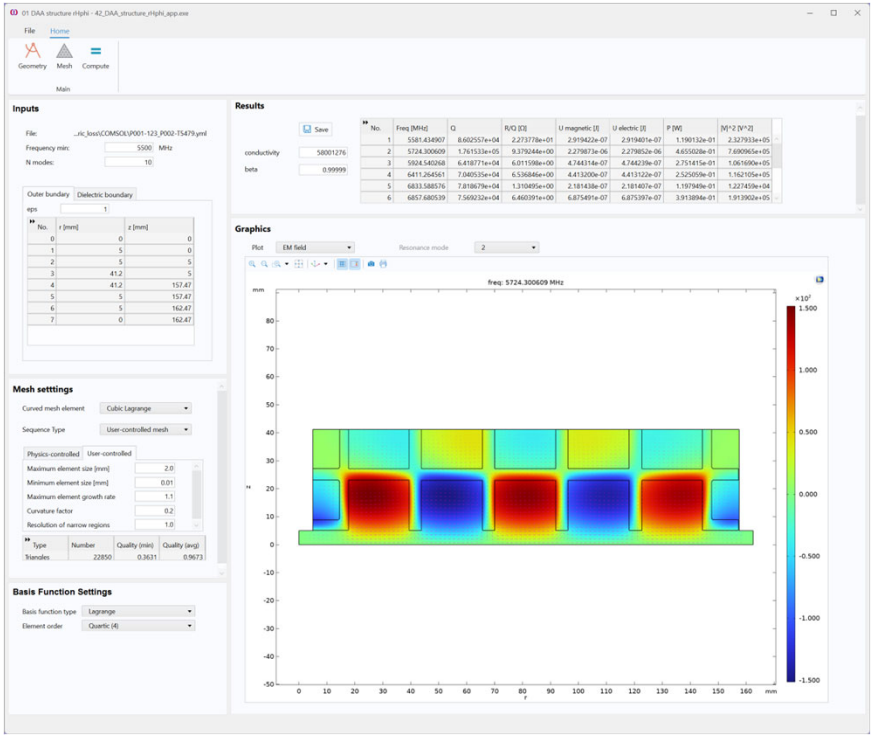


専用 GUI とスタンドアロン実行形式

TW-Acc

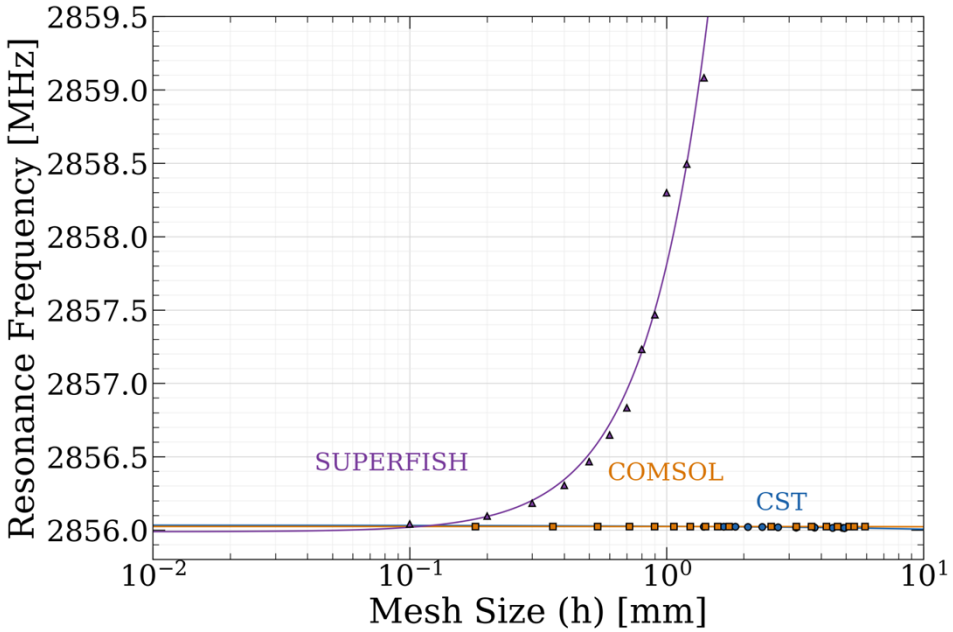


Dielectric Cavity Designer



Application Builder で操作を統合し，Compiler で配布用に変換する。
利用者は COMSOL Runtime 上で実行でき，COMSOL の有償ライセンスを必要としない。

進行波セルの精度と計算時間



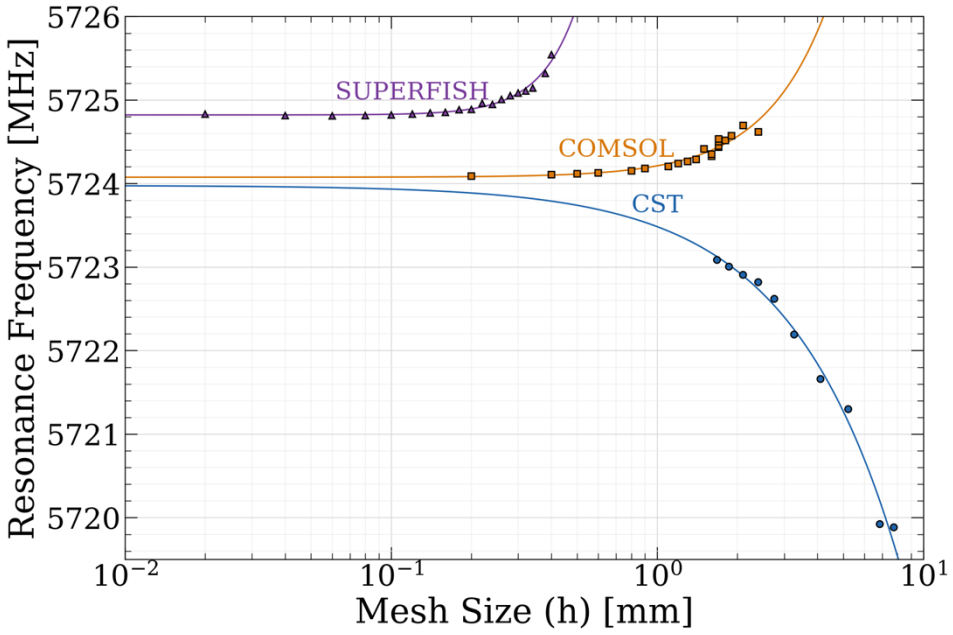
項目	SUPERFISH	CST	COMSOL
h [mm]	0.100	2.356	**1.753**
f [MHz]	2856.041780	2856.021392	**2856.024333**
相対差	6.11×10^{-6}	1.03×10^{-6}	**2.63×10^{-9}**
Q	14032.0	14036.2	**14031.7**
R/Q [Ω]	160.928	160.952	**160.928**
v_g/c_0	—	0.008631	**0.008630**
時間 [s]	219	152	**3**

COMSOL の細分化による変化は約7 Hz。
Q の差は最大約0.032%，R/Q の差は約0.015%。

相対差 = |f − f_ref|/f_ref，f_ref = 2856.024325 MHz（COMSOL 細分化結果に基づく参照値）

位相120°/cell，β=1。基底次数 SF/CST/COMSOL = 1/3/4，形状近似次数 = 1/5/4。
SF は軸対称3セル，COMSOL は軸対称1周期，CST は3次元1周期。時間は同一精度での比較ではない。

誘電体モデルの精度と残る差



項目	SUPERFISH	CST	COMSOL
h [mm]	0.040	1.674	**0.208**
f [MHz]	5724.815	5723.088	**5724.087**
相対差	1.29×10^{-4}	1.73×10^{-4}	$\mathbf{1.9\times10^{-6}}$
Q	167039.0	176076.0	**176159.4**
R/Q [Ω]	409.270	447.878	**447.394**
時間 [s]	73	2072	**65**

外挿近似：$f(h) = f_0 + a_0 h^p$，重み h^{-1}
COMSOL の外挿値：5724.076002 MHz
表の相対差はこの外挿値を参照する。

外挿周波数に CST 約99 kHz，SUPERFISH 約746 kHz の差が残る。
界面・形状・境界条件と外挿範囲を検証し，R/Q の評価条件も揃える。

共通周波数への収束とは結論しない。Q は金属壁損失のみ。計算時間は同一精度の速度比較ではない。

COMSOL によるシングルフィジックスの実現

支配方程式を作り，専用アプリケーションまで作成できる

係数形式 PDE で独自の式を扱い，有限要素法の計算機能を利用する。
Application Builder と Compiler により，GUI と配布用の実行形式を同じ環境で作る。

利用者の操作を限定できる

形状・材料・メッシュを入力し，
設計に必要な結果を確認する。
方程式と境界条件は開発側で管理する。

検証と教育にも活用できる

式の導出から数値計算・GUI化を学べる。
AI は Java メソッドの実装を支援した。
物理・単位・後処理の妥当性は開発者が
検証する。

計算環境：Xeon Platinum 8249C（2.10 GHz）×2，メモリ384 GB，Windows 11 Pro for Workstations

結論と販売に向けた計画

検証で得られた知見

2種類の電磁場解析アプリを開発した。
進行波セルは RF 特性が良好に一致し,
代表計算時間は3秒だった。
誘電体モデルは65秒で計算できたが,
外挿周波数の差が今後の検証課題である。

今後，販売を進める

加速管の反復設計向けに,
操作性と検証を整えて販売を進める。

入力値検査とモード確認を改善する。
スイープ計算と最適化を追加する。
誘電体界面・損失・R/Q を検証する。

COMSOL は，支配方程式の実装から専用アプリの作成・配布まで扱える。